탐구수업 지도자료

- 학 년 중학교 1학년
- 단 원 빛을 움직여보세요! / 수학적 모델링
- 제 목 차례
- 대표 저자 조한혁(서울대학교)
  우정호(서울대학교)
- 공동 저자 진만영(서울대학교)
  한 혁(서울대학교)
  김재홍(서울대학교)
  이은경(서울대학교)

이 자료는 서울대학교 과학교육연구소가 교육인적자원부의 과학교육연구기관으로 지정받아 수행하고 있는 「탐구·실험 중심의 과학교육 활성화를 위한 연구개발 사업」의 일환으로 개발되었습니다.

서울대학교 과학교육연구소
Seoul National University Science Education Research Center

빛을 움직여보세요!
수학적 모델링

중학교 1학년 과학 「수리과학」 탐구수업 지도자료

대표저자 _ 조한혁(서울대학교 수학교육과 교수)
우정호(서울대학교 수학교육과 교수)
공동저자 _ 진만영(서울대학교 대학원 수학교육과)
한 혁(서울대학교 대학원 수학교육과)
김재홍(서울대학교 대학원 수학교육과)
이은경(서울대학교 대학원 수학교육과)

※ 본 자료는 교육인적자원부의 지원으로 개발되었습니다.

서울대학교 과학교육연구소

지도 자료를 발간하며

본지도안은 제1단원 “빛을 움직여 보세요!”와 제2단원 “수학적 모델링”으로 이루어져 있습니다.

제1단원 빛을 움직여 보세요!

청소년들의 과학 선호도 및 이공계 진출 감소, 컴퓨터 의존성, 인터넷을 통한 정보의 홍수, 학력의 양분화, 학교 안과 밖 경계선의 모호성 등 급변하고 있는 과학교육의 주변 환경에 비해 아직도 열악한 10년 전 모습이 답습되고 있는 과학교육 현장의 혁신적인 개혁을 위해서는 과학교사가 주도적으로 과학교수학습의 질을 높여나가는 것이 핵심적인 사항이라고 할 수 있다.

교육인적자원부로부터 중등 과학교육 연구기관으로 지정 받은 서울대학교의 과학교육연구소는 중등과학교육연구센터로 기능하며, 탐구·실험 중심의 과학교육 활성화를 위한연구개발 사업을 진행해 나가고 있는 바, 과학교수학습의 질을 제고하기 위한 기초 지원 사업의 하나로 중학생의 탐구수업 지도 자료를 개발하였다. 제한된 여건 속에서 과학교사의 절실한 요구사항에 부응하고 효과적으로 도움이 되며, 다른 한편에서는 미래지향적인 과학교육의 모습을 구현하기 위해서 과학탐구 지도 자료의 개발에 있어서 연구를 바탕으로 하는 것을 전제로 하였다. 이미 우리 주변에 많이 있는 기존의 교수-학습 자료에 대한 분석을 선행하고, 개발 과정에서 현장 교사들로 구성된 자문단의 자문을 받고 현장 적용을 거치면서 수정 보완하여 최종적인 형태를 갖추게 되었다.

우선적으로 미래지향적인 과학교육의 모습, 2000년대 중학생 과학 학습의 특성, 이에 따른 과학교사의 요구와 수요, 외국의 사례 등에 대한 의견을 수렴하여 최적한 중학생의 과학탐구 수업 지도 자료를 개발하고자 하였으며, 기존의 교수-학습 자료와의 차별성을 가질 수 있는 자료를 개발하고자 하였다.

아무쪼록, 이 자료가 현장의 과학 선생님들로부터 많은 사랑을 받으며, 과학수업을 보다 탐구중심적인 수업을 이끄는 데, 큰 도움이 되기를 바라 마지않는다.

『빛』 단원의 탐구수업 지도 자료를 개발함에 있어서 특히 주안점을 둔 것은 학생들이 단지 빛의 대한 내용을 교사가 제시해 주는 것만을 보고 손으로 만지는 것으로 끝나는 것이 아니라 빛의 반사 속의 숨어 있는 반사의 원리를 학생들이 알고 느낄 수 있게 하기 위하여 자료를 만들었다. 또한, 많은 부분의 수업자료가 인터넷(edunet4u.snu.ac.kr)상에서 구현 할 수 있도록 만들어 졌기 때문에 교사는 수업시간의 쉽게 이용할 수 있으며 학생들은 수업을 듣기 전 집에서 미리 예습 할 수 있도록 만들었다. 이러한 환경은 언제 어디서나 학생은 예습 및 복습을 할 수 있으며 온라인의 학습으로 끝나는 것이 아니라 온라인의 수업을 오프라인 수업과의 연결을 시켜 수업 효과를 극대화 할 수 있도록 만들었다.

제2단원 수학적 모델링

Archimedes의 탐구하고 실험하고 발견하고 계산하고 응용하는 실용수학의 정신이 Newton과 Leibniz의 미적분 발명과 근대 역학의 발전으로 이어진 이래, 수학은 이론 물리학을 비롯한 제 과학 분야에 그 유용성을 크게 발휘하면서 그 자극을 통해 폭발적인 발전을 거듭해 왔으며 현대 과학문명 발전의 원동력으로 작용해 왔다. 수학의 역사는 수학이 자연과학에 응용되지 않았다면 오늘날과 같은 수학은 존재하지 않았을 것이라는 점을 웅변해 준다. 이러한 점은 수학과 자연과학 사이의 상호작용의 중요성을 대변해주는 것이다.

수학은 무엇보다도 자연현상의 이면에 있는 질서를 볼 수 있는 사고의 틀을 제공한다. 따라서 수학적 사고의 발전은 과학적 사고의 틀을 개선해 왔으며 이는 수학적 사고가 과학적 사고의 근간이 됨을 의미하는 것이다. 현대 수학에서 무엇보다도 중요한 함수 개념은 단순히 하나의 수학적 개념이 아니라 과학적 사고의 심장이요 혼임은 자유낙하의 법칙이나 포사체의 궤도가 이차함수이며 함수적 사고의 절정인 미적분이 역학 연구의 필수적인 도구라는 사실이 웅변적으로 설명해 준다. 이처럼 수학이 자연현상의 질서를 기술하는 사고의 틀을 제공한다고 하면 과학교과 교육에서 수학적 모델 구성의 교육적 중요성은 너무도 명백해진다. 수학이 과학에 응용되려면 실제상황에서 수학을 응용하는 경험이 제공되어야 한다.

수학과 자연과학 교육의 연계성은 수학 내적 측면에서 볼 때에도 절실히 요구되는 것이다. 유용성이 논리적 접근을 결정하며 그 반대가 아니라는 사실은 수학에서 매우 기본적인 것으로 교육적으로 이를 강조할 필요가 있다. 이를테면, 벡터의 덧셈이나 곱셈, 선형사상은 실제적인 물리적 상황에서의 경험에 들어맞는 유용한 정의를 채택한 것이며 선형공간론은 그러한 정의로부터 나오는 것이다. 또한 행렬이 이용되는 상황은 곱셈이 비가환적일 것을 요구하므로, 행렬의 곱셈은 비가환적이어야 하며 행렬론의 논리적 기초는 이러한 사실에 적합해야 한다. 논리가 수학의 내용을 지시하는 것이 아니라 유용성이 수학의 논리적 구조를 결정하는 것이다.

그러나 지금까지의 학교교육은 학문적 분류에 의존하는 분과적인 성향이 너무나 강하여 한 분야의 지식을 다른 분야의 교육과 관련지우거나 적용하는 것을 등한히 하고 금기시하기까지 하였다. 여기서 제기되는 것이 수학과 과학교과 내용의 조정과 통합에 관한 것이다.

최근 수학과 과학의 통합이 많은 관심을 받고 있다. 여러 연구에 의하면 단편적이고 세분화된 지식보다는 여러 분야의 지식을 통합하는 것이 실세계에서의 응용이나, 지식을 이해하는데 효과적임이 드러났다. 수학교과와 과학교과의 조정과 통합은 교육현장에서 그 절실함이 더하다. 선행연구에 의하면 교사와 학생 모두가 과학과 수학의 연관성을 인식하고 있으며 수학교과의 성적과 과학교과의 성적의 상관성이 높음이 드러나고 또한 수학과 과학 교과는 내용 면에서 깊은 관계를 가지고 있으며 과학과의 학습에 있어서 수학적인 선행 학습을 필요로 하고 수학 학습 부진은 과학 학습 장애의 원인이 되고 있다. 수학과 과학교과의 연관성에 대한 많은 연구에서 수학 지도 내용과 과학 지도 내용의 진도시기를 고려하여 교과서를 편집하기를 제안하고 있으며 수업 현장에서 수학교과와 과학교과간의 연계적인 다양한 교수학습 방법을 요구하고 있다.

Perry는 설명 위주의 전통적 수업 방식이 수학적 발견 능력을 퇴화시키고 학습자의 수학

학습에 저해 요인이 된다고 비판하면서 수학교육의 '유용성'을 주장하였다. 수학은 수학적 사고 곧, 수학을 하는 정신활동이다. 그런데 수학적으로 사고한다는 것은 그것이 비록 하찮은 것이라고 하더라도 문제를 해결하는 것이고 그것은 수학적 발견을 하는 것이다. 이러한 문제해결은 학생들이 그들 주변의 세계에서 수학의 유용성과 힘을 경험하는 과정이다. 따라서 1980년대 이후 현재까지 문제해결 능력의 개발이 수학교육의 가장 중요한 목표로 여겨져 왔다. 수학적 문제해결에서 필요한 것은 수학적 지식을 활용하고 삶 속에서 부딪히는 다양한 상황을 이해, 예측, 통제하는 능력이다. 이러한 능력을 학생들에게 개발해주기 위해서는, 학생들이 전체적인 문제 상황을 조감하고 그 속에서 여러 가지 요소와 관계들을 분석하고 탐구하며 관련성을 추론하고, 개념적 지식과 절차적 지식을 적용하며 동료들과 의사소통할 수 있는 교육적 환경이 필요하다.

현대과학의 가장 현저한 특징은 수학적 모델을 이용한 문제해결 방법이며 이는 과학교과에서 강조되고 있는 과학적 탐구 방법 가운데 매우 중요한 것이다. 과학은 자연현상과 주변 환경 속에서 관찰과 실험 조작을 통하여 새로운 지식을 얻어가며, 일관성 있고 입증 가능한 패턴을 탐구하여 과학적 지식 체계를 만들어 간다. 이와 같은 지식의 획득 방법을 귀납이라 한다. 한편, 수학은 패턴과 관계에서 어떤 모델을 찾아가는데 꼭 관찰 가능한 실세계만을 대상으로 하지 않을뿐더러 패턴과 관계를 연구하는데 독특한 연역적 논리를 사용한다. 우리는 이 두 가지 기능, 귀납과 연역으로 수학·과학의 통합과정에서 학습자가 지식을 얻는 과정이 어떻게 이루어지는 지를 설명할 수 있다. 다시 말하면 자연현상이라는 실세계 환경에서 관찰을 통해 데이터를 수집하고 수학적 도구를 이용하여 모델을 만들고, 이 모델을 연역적인 방법으로 수학적으로 분석한다. 그리고 그 결과를 해석하고 나아가 아직 관찰되지 않은 실세계의 원리를 규명하는데 활용된다.

이러한 입장에서 볼 때 수학적 모델링은 과학교과와 수학교과를 조정하고 통합하는데 이상적인 방법이다. 따라서 중·고등학교 과학에서 다루는 다양한 문제상황 가운데 중·고등학교 수학을 이용하는 모델링을 통해 해결 가능한 내용을 분석하여 수학의 응용과 수학적 모델링 교재를 개발하는 것이 수학교육과 과학교육의 개선을 위해 절실히 요구된다.
본 지도 자료는 이러한 요구에 부응하기 위해 개발된 것으로서 과학과 수학 양 교과지도에 많은 도움을 줄 것으로 생각된다.

지도 자료의 활용

제1단원 빛을 움직여 보세요!

본 지도 자료의 구성은 크게 1부, 2부, 3부로 되어있다. 중학교 1학년을 대상으로 『빛』 단원의 해당되는 부분이다. 교사의 재량에 따라 다른 학년에 제시 할 수 있다.

제 1부는 거울의 반사에 대한 내용을 주로 다루었다. 거울의 반사 속에 숨어 있는 선대칭을 그리는 활동을 할 것이고 인터넷상의 이러한 내용이 이미 올라와 있는 상황이므로 교실에서

언제나 이용할 수 있다. 인터넷을 이용하여 수업을 하면 학생들의 손으로 거울의 비친 모습을 그릴 때 보다 정확하게 그릴 수 있고 학생들의 선대칭에 대한 오류를 고쳐줄 수 있다.

제 2부는 1부에서는 한 개의 거울을 이용한 활동이지만 거울을 두개를 이용한 활동과 잠망경에 대한 활동을 할 것이다. 거울 두개를 이용한 활동에서는 점대칭과 선대칭을 이용을 할 것이며 잠망경인 경우도 점대칭과 선대칭을 이용하는 활동을 할 것이다. 1부에서와 마찬가지로 인터넷상에서의 활동도 할 수 있게 했다.

제3부는 빛의 반사의 대해 심층적인 활동을 할 것이다. 정다각형에서의 빛의 반사가 어떻게 일어나는지에 대한 활동을 제공한다.

각 장에는 비전공 과학교사를 위하여 소단원의 지도에서 반드시 알아야 할 기본적인 과학내용에 대한 과학적 설명과 수학적 설명(대학 수준의 상세한 내용 및 이론 설명)과 학생의 오개념 등에 대한 내용을 포함하였다.

가장 역점을 둔 부분은 탐구활동 부분으로 교사들이 탐구활동을 지도할 때, 효과적으로 활용할 수 있도록 개발하였다. 학생용 활동지를 개발하되 교사들이 복사하여 수업에 바로 쓸 수 있도록 펼친 면에 배열하도록 편집하였고, 교사용 안내서에서 탐구활동의 지도에서 교사가 꼭 알아야 할 사항들을 제시하였다. 학생들이 지니고 있는 오개념이나 선개념을 별도로 제시하거나 탐구활동의 해당부분에 소개하면서 오개념을 없애기 위한 지도 방법을 함께 언급하였다. 탐구활동들은 교과서에 소개된 것뿐만이 아니라, 학생들의 흥미를 끌 수 있는 새로운 탐구활동, 보다 심화된 탐구활동, 교과서 탐구활동에서 더 확장된 탐구 활동 등을 포함한다.

과학적인 사실을 현상자체로 인식하는 것으로 끝나는 것이 아니라 그러한 현상이 생기게 되는 수학적인 사실(선대칭, 점대칭, 입사각, 반사각)을 함수적인 상황에서 제공하여 학생들로 하여금 학습효과 증진 및 이해를 돕고자 하였다.

제2단원 수학적 모델링

본 지도 자료의 구성은 크게 1부, 2부, 3부로 되어있다.

제 1부는 수학적 모델링의 개관에 해당하는 부분이다. 수학적 모델링이 무엇이며, 모델링하는 방법을 예시하였으며 과학교과에서의 수학적 모델링의 역할과 위치에 대하여 살펴보았다.

제 2부는 수학적 모델링 지도 교재로서 각 장마다 학생들의 활동지와 교사용 자료로 구성되어 있다. 본 지도 자료는 7단계부터 9단계까지의 학생들을 대상으로 구성되어 있다. 3장부터 8장까지의 자료는 7-9단계의 교과과정을 바탕으로 한 초보적인 수학적 모델링 활동으로 이루어져 있으며, 기존의 교과과정에 첨가하여 지도할 수 있도록 하였다. 9장의 자료는 10단계 교과과정에 해당되는 것으로 교사들에게 좀 더 전문적인 과학 내용을 바탕으로 하는 고차

적인 수학적 모델링 활동의 한 가지 예를 제공함으로써 수학적 모델링에 대한 이해를 돕기 위함이다. 수학적 모델링 수업이 중학교를 거쳐 고등학교에서도 이루어지기를 기대하며 앞으로 관련된 지도자료가 개발되기를 기대한다.

본 지도 자료는 과학교과뿐만 아니라 수학교과에서도 이용할 수 있으며 수학적 모델링활동은 과학과 수학의 양 교과에 대한 이해를 필요로 하므로 지도 자료를 이용할 시 양 교과의 교사들은 충분한 협의를 통해 서로의 교과목에 대한 이해를 높여야 할 것이다. 또한 본 지도 자료는 양 교과의 특성에 맞춰 교사가 지도하기를 원하는 내용을 첨가하여 재편집할 수도 있을 것이며, 이 때에는 지도 자료가 구현하고자 하는 수학적 모델링 활동을 손상시키지 않도록 유의해야 할 것이다. 이러한 지도는 양 교과의 이해가 바탕이 되어야 하므로 과학교사와 수학교사의 협의가 절대적으로 필요함을 다시 한번 강조해둔다.

제 3부에서는 본 지도자료의 한계점에 하여 알아보고 이어 중학교에서부터 고등학교까지의 수학과 과학교과 내용 가운데 서로 연관되어 있는 부분을 분석 정리하였다. 이는 모델링 수업이 단발성에 그치는 것이 아니라 중학교, 고등학교의 전 과정에서 연속적으로 이루어지도록 교사의 연구를 자극하기 위함이다.

차 례

제1단원 빛을 움직여 보세요!

제 1 부 빛의 반사를 알아봅시다 – Ⅰ · 13

제 1 장 선대칭과 거울 · 13

(1) 선대칭 · 14

(2) 거울 속에 비친 글씨 적어 보기(선대칭 연습) · 19

제 2 장 선대칭과 거울 탐구활동 · 22

제 2 부 빛의 반사를 알아봅시다 – Ⅱ · 27

제 1 장 선대칭/점대칭과 두개의 거울 · 27

(1) 점대칭 · 27

(2) 거울 속에 비친 글씨 적어 보기(점대칭/선대칭 연습) · 28

제 2 장 잠망경 · 42

– 잠망경의 원리를 알아봅시다. · 42

제 3 장 사진기 / 눈으로 사물보기 · 52

제2단원 수학적 모델링

제 1 부 수학적 모델링의 개관 · 61

제 1 장 수학적 모델링 · 61

- 수학적 모델링이란 · 61
- 수학적 모델링의 예 · 63

제 2 장 과학교과서에서의 수학적 모델링 · 65

- 과학교과에서의 수학적 모델링 · 65
- 과학교과에서 수학적 모델링의 중요성 · 66

제 2 부 수학적 모델링 수업 지도자료 · 67

제 3 장 기체의 압력과 부피 사이의 관계를 알아보자.

제 4 장 나란하지 않게 작용하는 두 힘을 합성하는 방법에 대하여 알아보자.

제 5 장 지구의 반지름을 구하는 방법을 알아보자.

제 6 장 저항이 직렬과 병렬로 연결되었을 때 전체 저항을 구해 보자.

제 7 장 닮음의 성질을 이용하여 태양의 크기를 구해보자.

제 8 장 형질의 유전고 확률의 관계를 알아보자.

제 9 장 지구 주위에 궤도를 그리며 돌고 있는 파편 문제를 해결해 보자.

제 3 부 수학교과와 관련된 과학교과 영역 · 124